زياد صلاح السيد

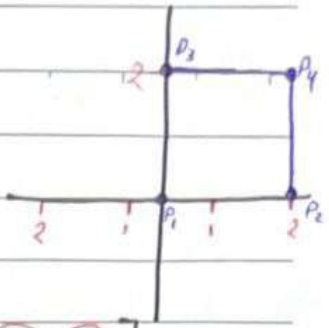
حل مسائل على Ch4 وشرح

Computer graphics

Sub:

Date:

Translation :-



$t_x = 2$

$t_y = 3$

Ex :- (0,0) , (2,0), (0,2), (2,2)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3x3 ✓ 3x4 = 3x4

النقاط الجديدة :-

(2,3), (4,3) (2,5), (4,5)

$x' = x + t_x$

$y' = y + t_y$

To get the inverse

$-t_x \quad -t_y$

Rotation

-60 (-) عكس 60° ، (+) عكس -60

حفظ

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

تحدده لما يكون عكس عقارب الساعة θ ← (+)

Counter ~~clock~~ clockwise

★ لو عزت أدخل مع العقارب خلي الـ(θ−) والقانون بتاعه ←

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

مع عقارب الساعة Clockwise

To inverse

90 → -90

example :-

Rotation Transformation With $\theta = 90°$ } (0,0), (1,0), (1,1)

$$\begin{bmatrix} \cos 90 & -\sin 90 & 0 \\ \sin 90 & \cos 90 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3x3 (3x3) = 3x3

النقاط الجديدة :-

(0,0), (0,1), (-1,1)

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Computer graphics

Sub:

Date:

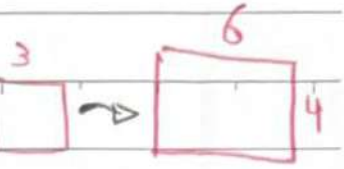
زياد صلاح الـ

حل مسائل على Ch4 وشرح

Scaling

(x,y) S_x, S_y

$x' = x \cdot S_x$ } $y' = y \cdot S_y$



$$\begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

① لو S_x, S_y ما بين الـ (0 : 1) :

- النقاط الجديدة هتكون أقرب للنقاط الأصلية
- حجم الشكل هيصغر

② لو S_x , S_y أكبر من 1 :

- النقاط الجديدة هتبقى بعيدة عن نقطة الأصل
- حجم الشكل هيكبر عادي.

③ $S_x = S_y$

- التكبير إلى هيتم على الشكل هيتم بشكل متساوي.

Example:- $(0,0), (2,0) (0,2) (2,2)$ } $S_x = 2$, $S_y = 3$

$$\underset{3\times3}{\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} * \underset{3\times4}{\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} = \underset{3\times4}{\begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}$$

النقاط الجديدة :- $(0,0)(4,0)(0,6)(4,6)$

~~The inverse matrix :- $\frac{1}{S_x}, \frac{1}{S_y}$~~

- Composite Transformation:- represent any sequence of Transformation.

① First Kind:- 2 successive Transformations of the same Kind.

① Translation:- $t_{x_1} + t_{x_2}$ } $t_{y_1} + t_{y_2}$

② Scaling:- $S_{x_1} \cdot S_{x_2}$ } $S_{y_1} \cdot S_{y_2}$

③ Rotation:-

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta+\beta) & -\sin(\theta+\beta) & 0 \\ \sin(\theta+\beta) & \cos(\theta+\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

زياد صلاح الدين

Sub:
Date:

Ch 11

Composite Transformations of different Kinds Called Concatenation of Transformations

example: derive the matrix representation of the general pivot point Rotation دوران نقطة الى محور

① Translate the object so that the pivot point position is moved to the Coordinate origin.

② Rotate the object about the Coordinate origin

③ Translate the object so that the pivot point is returned to its original position.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & x_c \\ 0 & 1 & y_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_c \\ 0 & 1 & -y_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & x_c(1-\cos\theta) + y_c \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta & y_c(1-\cos\theta) - x_c \sin\theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

for the following shape do the following Transformation (each transformation will be followed by the next one)

$P_1 = (3,4)$, $P_2 = (2,5)$, $P_3 = (1,4)$, $P_4 = (-1,1)$

[1] Translate by (3,5), Then followed by
[2] Scale with $S_x = 3$, $S_y = 3$, / / / / /
[3] Rotation with angle $= 90^\circ$

الحل على

زياد صلاح الدين

Ch4 مسائل وشرح

Computer graphics

Sub:

Date:

1) Translate (3, 5)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & 5 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 & 2 \\ 9 & 10 & 9 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2) Scale with $Sx = 3$, $Sy = 3$:

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 & 2 \\ 9 & 10 & 9 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 15 & 12 & 6 \\ 27 & 30 & 27 & 18 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3) rotate by $\underline{90^\circ}$:

$$\begin{bmatrix} \cos 90 & -\sin 90 & 0 \\ \sin 90 & \cos 90 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 18 & 15 & 12 & 6 \\ 27 & 30 & 27 & 18 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -27 & -30 & -27 & -18 \\ 18 & 15 & 12 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

الناتج

أو أننا نضرب الأول ماتريكس اللي تمثل التغيرات ( ) فيعين بعدين أضربها بالماتريكس الأصلية (النقاط اللي عايز أغير عليها)

★ إذا طلب إزاحة مرتين ودا بعض الرا الأولى $tx = 2, ty = 3$ والرا الثانية طلب $tx = 4, ty = 5$ أقوم بجمع tx, ty مع بعض لأسهل الحل

$$tx = 2 + 4 = 6 \quad , \quad ty = 3 + 5 = 8$$

★ في حالة التكبير (Scale)

$Sx = 2 \quad Sy = 3 \quad \rightarrow \quad Sx = 2 \times 3 = 6$

$Sx_1 = 3 \quad Sy_1 = 4 \quad \rightarrow \quad Sy = 3 \times 4 = 12$

★ عند التدوير (Rotation) أجمع الـ θ 2 مع بعض

$\theta_1 = 90, \quad \theta_2 = 60$

$$\theta = 90 + 60 = 150$$

PARKER

زياد صلاح الـ

Ch4 حل مسائل وشرح

Computer graphics

Sub:

Date:

Reflection

[1] - Reflect shape with respect to x-axis:- $x = x$ $y = -y$

[2] - / / / / / y-axis:- $x = -x$ $y = y$

[1] x-axis (line $y=0$)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[2] y-axis (line $x=0$)

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Example on [1]

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -2 & -2 & -4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Example on [2]

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Reflect with origin

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

زياد صلاح الدين

حل مسائل Ch4 وشرح

Sub: Computer graphics

Date:

general fixed point scaling

- Scale an obj about a general fixed point (x_g, y_g) (يكون نقطة الارتكاز)

step 1:- Translate الـobj بمقدار (x_g, y_g) للنقطة (نودي الـobj للنقطة اللي هتكون نقطة الارتكاز)

step 2:- نعمل scale للـobj بالمقدار المطلوب (s_x, s_y)

step 3:- inverse Translate (نرجع الـobj للنقطة اللي كان فيها)

$$\textcircled{1}\begin{bmatrix} 1 & 0 & x_g \\ 0 & 1 & y_g \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \textcircled{2}\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \textcircled{3} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_g \\ 0 & 1 & -y_g \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matrix multiplication:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & x_g(1-s_x) \\ 0 & s_y & y_g(1-s_y) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

x_g, y_g هي الـ (pivot point) إلى هتشتغل فيها

---

general pivot point Rotation

step 1:- Translate بمقدار (x_c, y_c) (نودي الـobj الى النقطة اللي هتكون نقطة الارتكاز)

step 2:- نعمل Rotate بمقدار θ على الـobj

step 3:- inverse Translate. (نرجع الـobj للنقطة الأصلية بتاعته)

matrix multiplication

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & x_c(1-\cos\theta) + y_c \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta & y_c(1-\cos\theta) - x_c \sin\theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

PARTNER

زياد صلاح السيد

Ch4 حل مسائل و شرح

Sub: Compnter graphics

Date:

general scaling Directions:-

step 1:- Rotation بعمل - عشان نخلي sx, sy بتوازي مع axis - y, x

~~step 2:-~~ a counterclockwise rotation with an angle θ يعني ده

step 2:- scale بعمل - بالمقدار المطلوب

step 3:- opposite rotation بعمل - عشان نرجع الـ obj الأصلي

matrix multiplication:-

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sx\cos^2\theta + sy\sin^2\theta & (sy-sx)\cos\theta\sin\theta & 0 \\ (sy-sx)\cos\theta\sin\theta & sx\sin^2\theta + sy\cos^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$